

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ „SFERA” - EDIȚIA A XI-A

BĂILEȘTI, 22.03.2014

CLASA a X-a



Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Dacă $z = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$, atunci valoarea produsului

$P = (1+z)(1+z^2)(1+z^3) \dots (1+z^{2014})$ este:

A. $2^{671} \cdot z$; B. $2^{672} \cdot z^2$; C. $-2^{671} \cdot z^2$; D. 2^{671} .

2. Ecuația: $\lg x = \left\lfloor \frac{x-1}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$ are:

A. o soluție; B. 2 soluții; C. trei soluții; D. mai multe soluții.

3. Soluția inecuației $\log_{\frac{x+4}{2}} \left(\log_2 \frac{2x-1}{3+x} \right) < 0$ este:

A. $(-4; -3)$; B. $(4; +\infty)$; C. $(-3; -2)$; D. $(-4; -3) \cup (4; +\infty)$;

4. Suma $\arctg \frac{1}{7} + \arctg \frac{1}{3}$ este egală cu:

A. $\arctg \frac{1}{2}$; B. $\arctg \frac{10}{21}$; C. $\arctg \frac{4}{21}$; D. $\arctg \frac{1}{4}$.

5. Egalitatea: $\sqrt[3]{7-a\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+a\sqrt{2}} = 2$, este adevărată, pentru următoarele valori ale lui a :

A. 4 și -4; B. 5; C. +3. D. 5 și -5;

Probleme propuse de prof. Gabriel TICA

Partea a II –a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

Să se determine $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ pentru care

$$\sqrt[n]{49 + 20\sqrt{6}} + \sqrt[n]{49 - 20\sqrt{6}} = \sqrt[n]{144}.$$

Prof. Ionel Tudor, Călugăreni–Sfera Matematicii nr.22

Problema 2 (20 puncte)

Fie $x, y, z > 1$. Să se aratecă

$$\log_x \frac{y^2 + z^2 + y + z}{4} + \log_y \frac{z^2 + x^2 + z + x}{4} + \log_z \frac{x^2 + y^2 + x + y}{4} > \frac{9}{2}.$$

Prof. Cătălin Cristea, Craiova

Timp de lucru: 2 ore și 30 minute ; Din oficiu se acordă: 10 puncte